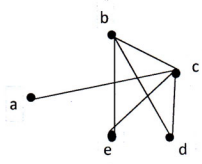
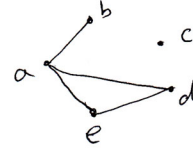
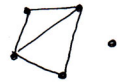


نام و نام خانوادگی: سئوالات امتحان درس: ریاضیات گسسته پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام دبیر: خانم علوه	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوروی دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۹ تعداد صفحه: ۴ تعداد سؤال: ۱۴	تاریخ آزمون: ۹۸/۱۰/۲۱ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نیاز به پاسخنامه ندارد. شماره صندلی:
ردیف	نمره: با عدد () نمره با حروف () امضای دبیر:	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. گزاره های درست را ثابت کنید و برای گزاره های نادرست مثال نقض بزنید. (الف) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک، عدد $2^n - 1$ اول است. $\times$ (ب) برای هر دو عدد مثبت x و y، $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ $\times$ $\sqrt{14+9} \neq \sqrt{14} + \sqrt{9} = 7$ (ج) مربع هر عدد فرد به شکل $8k+1$ است. $\checkmark$ $(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$ $= 4n \frac{(n+1)}{2k} + 1 = 8k + 1 \checkmark$	۱/۵
۲	گزاره های زیر را با روش های مشخص شده ثابت کنید. (الف) برای هر عدد صحیح n، به طوری که $n \neq 3k$، در این صورت مربع آن عدد به صورت $3k+1$ می باشد. (با در نظر گرفتن همه حالت ها) $n \neq 3k \Rightarrow n = 3k+1 \vee n = 3k+2$ $(3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(\frac{3k^2}{k} + 2k) + 1 = 3k' + 1$ $(3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(\frac{3k^2}{k} + 4k + 1) + 1 = 3k' + 1$ (ب) اگر α, β دو عدد گنگ باشند و $\alpha + \beta$ گویا باشد نشان دهید $\alpha - \beta$ گنگ است. (برهان خلف) فرض کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد. چون طبق فرض $\alpha \notin \mathbb{Q}$ و $\beta \notin \mathbb{Q}$ پس $\alpha - \beta$ گویا نیست، لذا آنگاه است. $\alpha - \beta \in \mathbb{Q} \xrightarrow{+} (\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) \in \mathbb{Q}$ $\alpha + \beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2\alpha \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q} \times$	۲
۳	گزاره های زیر را با روش بازگشتی ثابت کنید. (الف) اگر a, b دو عدد حقیقی مخالف صفر و هم علامت باشند، آنگاه $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \geq 2 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \checkmark$ (ب) برای هر سه عدد حقیقی x, y, z داریم: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2zx \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + x^2 + z^2 - 2xz + y^2 + z^2 - 2yz \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \checkmark$ توابع به عبارت نامتناهی، نامتناهی است.	۳

۴	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. (الف) باقیمانده تقسیم عدد ۱۵۷۶۸۴ بر ۱۱ و ۲۵ به ترتیب برابر است با و (ب) عدد ۱۳۹۸ در کلاس همنهشتی به پیمانه ۶ قرار دارد. (ج) ب.م.م دو عدد ۹! و $2^4 \times 3^5$ برابر است با (د) حاصل $[m^4, (m^2, m^7)]$ برابر است با (m عددی صحیح است)
۵	الف) اگر $a b$ و $b c$ نشان دهید $a c$ $a b \Rightarrow \exists q \in \mathbb{Z}; b = aq \Rightarrow c = (aq)q' \Rightarrow c = a(qq') \Rightarrow a c$ ب) اگر $a \equiv b$ و $c \equiv d$ نشان دهید $ac \equiv bd$ (همنهشتی ها در پیمانه m هستند). $a \equiv b \Rightarrow m a-b \xrightarrow{\times c} m ac-bc \xrightarrow{+} m ac-bd$ $c \equiv d \Rightarrow m c-d \xrightarrow{\times b} m bc-bd \Rightarrow ac \equiv bd$
۶	در تقسیم عدد a بر ۴۷ باقیمانده از ۲ برابر خارج قسمت ۴ واحد بیشتر است مقدار a را بیابید. $\begin{array}{r} 47 \overline{) 1033} \\ \underline{21} \\ 294 \\ \underline{28} \\ 14 \end{array}$ $2q + 4 < 47 \rightarrow 2q < 43 \rightarrow q < 21.5$ $\Rightarrow \max q = 21 \rightarrow a = (47 \times 21) + (2 \times 21 + 4)$ $a = 1033$
۷	اگر $a 3k+5$ و $a 5k+4$ در این صورت a چه مقادیری می تواند باشد؟ $\begin{array}{l} a 3k+5 \rightarrow a 15k+25 \\ a 5k+4 \rightarrow a 15k+12 \end{array} \xrightarrow{\ominus} a 13 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 13$
۸	الف) نشان دهید تفاضل مکعب های دو عدد صحیح متوالی، عددی فرد است. $(n+1)^3 - n^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1 = 3n(n+1) + 1$ $= 2q' + 1$ ب) اگر m عدد صحیحی باشد در این صورت، $(m, m+1) = 1$.
۹	معادله همنهشتی مقابل را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید. $4x \equiv 12 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{5}$ $x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$
۱۰	اندازه یک گراف کامل ۲۸ است، مرتبه آن را بیابید. $\frac{P(P-1)}{2} = 28 \Rightarrow P = 8$

۲	الف) باقیمانده تقسیم عدد $1398 + 210 \times 7$ را بر ۱۵ به دست آورید. بهران ۳۷ $\begin{matrix} 15 \\ 2 \equiv 1 \end{matrix} \xrightarrow{37} (2)^{37} \begin{matrix} 15 \\ 1 \equiv 1 \end{matrix} \xrightarrow{37} 2^{148} \begin{matrix} 15 \\ 1 \equiv 1 \end{matrix} \xrightarrow{2} 2^{150} \begin{matrix} 15 \\ 4 \equiv 4 \end{matrix}$ $\xrightarrow{7} 7 \times 2^{150} \begin{matrix} 15 \\ 28 \equiv 13 \end{matrix} \left\{ \Rightarrow 7 \times 2^{150} + 1398 \begin{matrix} 15 \\ 16 \equiv 1 \end{matrix} \right.$ $1398 \begin{matrix} 15 \\ 3 \equiv 3 \end{matrix}$ ب) اگر اول مرداد در یک سال چهارشنبه باشد ۲۲ بهمن همان سال چه روزی خواهد بود؟ $30 + 31 + 4(30) + 22 = 203 \equiv 5$ چهارشنبه است	۱۱
۱/۵	یک بسته ۱۳۰ کیلو گرمی را به چند طریق می توان با وزنه های ۷ و ۳ کیلو گرمی وزن کرد؟ (جواب های کلی معادله سیاله خطی را بنویسید). $7x + 3y = 130 \Rightarrow 3y \equiv 130 - 7x$ $y \equiv 41 \Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y = vk + 4$ $\rightarrow 7x + 3(vk + 4) = 130 \Rightarrow 7x + 3vk + 12 = 130$ $7x = -3vk + 118 \Rightarrow x = -3k + 14$ $\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow -3k + 14 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{14}{3} \\ y \geq 0 \Rightarrow vk + 4 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{4}{v} \end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{v} \leq k \leq \frac{14}{3} \Rightarrow k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ به شش طریق	۱۲
۲	نمودار گراف G به صورت مقابل می باشد به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه های $V(G)$ و $E(G)$ را بنویسید. $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ $E = \{bc, bd, be, ec, cd, ac\}$ ب) $\Delta(G)$ و $\partial(G)$ را مشخص کنید. $\Delta(G) = 4$ $\delta(G) = 1$ ج) مجموعه همسایگی بسته b را بنویسید. $N[b] = \{c, d, e, b\}$ د) گراف $\bar{G}$ را رسم کنید.  	۱۳
۱	گراف های زیر را رسم کنید. الف) ۲-منتظم از مرتبه ۶ که همبند نباشد.   ب) گرافی از مرتبه ۵ و اندازه ۵ به طوری که یک راس آن ایزوله نباشد.	۱۴
۲۰	در پناه حق موفق و پیروز باشید.	